ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA – CORSO M

LAUREA Ing. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_22 Gennaio 2018 – Traccia IV

COGNOME\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_NOME\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

NUMERO MATRICOLA: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Q1) Dare la definizione di autovalore associato ad una matrice quadrata A.

Q2) Dimostrare che è unico l’autovalore associato ad un autovettore di una matrice quadrata A.

Q3) Data la matrice

,

dire se A è diagonalizzabile e, in caso affermativo, calcolare la matrice diagonale simile ad A.

Q4) Data l’applicazione

1. dimostrare che f è lineare;
2. calcolare una base e la dimensione di Im(f);
3. calcolare una base e la dimensione di Ker(f).

Q5) Data la conica di equazione ,

1. classificare la conica (*specie e* genere);
2. calcolare l’equazione canonica.

Q6) Nel riferimento cartesiano ortonormale RC(O,i,j,k) sono dati il punto e i vettori Calcolare:

1. l’equazione del piano passante per P0 e parallelo a  e  ;
2. la distanza di O(0,0,0) da ;
3. l’equazione del piano ’ passante per P0 e perpendicolare a ;
4. l’angolo formato dai piani

FOGLIO DELLE RISPOSTE

(Q1) (Sul foglio)

(Q2) (Sul foglio)

(Q3)

1. A diagonalizzabile: SI NO
2. Matrice diagonale D =

(Q4)

1. (dimostrazione sul foglio)
2. BIm(f) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ dim Im(f) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
3. BKer(f) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ dim Ker(f) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(Q5)

1. Specie:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, Genere:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. Equazione canonica: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(Q6)

1. Equazione di : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ;
2. d(O,) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;
3. Equazione di ’: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

Soluzione

(Q1) Se A è una matrice quadrata di ordine n e se è un numero reale, si dice che

.

(Q2) Sia A una matrice di ordine n e sia X un autovettore di A.

Se sono due autovalori di A associati ad X

(Q3) E’ data la matrice

.

Calcoliamo gli autovalori di A:

Quindi, la matrice A ammette tre autovalori reali e distinti,

la matrice A è diagonalizzabile.

Una matrice D diagonale, simile ad A è:

.

(Q4) Sia

1. Dimostriamo che f è lineare.

(2)

1. Calcoliamo base e dimensione di Im(f):

Poiché , i tre vettori sono L.I. e quindi:

e

dim Im(f) = 3.

1. Calcoliamo base e dimensione di Ker(f):

Dunque, Ker(f) non ha basi e dim Ker(f) = 0.

(Q5) E’ data la conica

1. Le matrici associate alla conica sono

Poiché

la conica è un’iperbole

e poiché

la conica è non degenere.

1. Calcoliamo l’equazione canonica dell’iperbole.

.

Quindi, l’equazione canonica è

la cui matrice associata è

Imponiamo che

Quindi, l’equazione canonica dell’iperbole è

-

(Q6) Sono dati il punto e i vettori

1. Calcoliamo il piano passante per e parallelo ai vettori Le equazioni parametriche del piano sono:

Calcoliamo l’equazione cartesiana di

1. La distanza dell’origine dal piano è
2. Il piano perpendicolare al vettore ha parametri di giacitura

Quindi, l’equazione del piano è

1. L’angolo dei due piani è dato da: